

Einführung in die Stringtheorie

Übung, Blatt 9

SS 06 23.06.06

[P17] Geist-Energie-Impuls-Tensor

In der Vorlesung wurde mittels des BRST-Verfahrens eine Geistwirkung eingeführt, welche die Geister und Antigeister enthält:

$$S^{(\text{gh})} = \frac{1}{4\pi} \int d\xi^2 \sqrt{-h} b_{\alpha\beta} (P^{\alpha\beta} - \omega h^{\alpha\beta}),$$

wobei $P^{\alpha\beta}$ wie folgt gegeben war:

$$P^{\alpha\beta} = c^\lambda \partial_\lambda h^{\alpha\beta} - \partial_\lambda c^\alpha h^{\lambda\beta} - \partial_\lambda c^\beta h^{\alpha\lambda}.$$

- (a) Berechnen Sie mittels Variation nach der (inversen) Hilfsmetrik $h^{\alpha\beta}$ den Geistbeitrag zum Energie-Impuls-Tensor

$$T_{\alpha\beta}^{(\text{gh})}(\xi) = \frac{-4\pi}{\sqrt{-h}} \frac{\delta S^{(\text{gh})}}{\delta h^{\alpha\beta}(\xi)}.$$

- (b) Verwenden Sie die algebraischen Bewegungsgleichungen für die konforme Hintergrundmetrik

$$h_{\alpha\beta} = \rho(\xi) \eta_{\alpha\beta} \quad \text{und} \quad b_{\alpha\beta} h^{\alpha\beta} = 0,$$

um $T_{\alpha\beta}^{(\text{gh})}$ zu vereinfachen. Bestimmen Sie durch die Variation nach dem Antigeist $b_{\alpha\beta}$ eine weitere *algebraische* Gleichung, um $T_{\alpha\beta}^{(\text{gh})}$ weiter zu vereinfachen.

- (c) Untersuchen Sie ob $T_{\alpha\beta}^{(\text{gh})}$ symmetrisch bzw. spurlos ist. Wie kann man das Ergebnis erklären? Geben Sie $T_{\alpha\beta}^{(\text{gh})}$ in Lichtkegelkoordinaten an.

[P18] BRST-Transformation von Antigeistfeld und Hilfsfeld

In der Vorlesung wurden die BRST-Transformationen

$$s(\sqrt{-h} b_{\alpha\beta}) = \sqrt{-h} B_{\alpha\beta} \quad \text{und} \quad s(\sqrt{-h} B_{\alpha\beta}) = 0$$

eingeführt. Wie lauten die Transformationen unter Verwendung obiger algebraischer Bewegungsgleichungen bzw. nach der Elimination des Hilfsfeldes?